Comment ça marche ?

Les lignes HF

3 – Constantes linéiques (fil unique)

Par le radio-club F6KRK

Nous avons vu dans les précédents "comment ça marche" les potentiels, les courants, et leurs relations (très simplifiées) avec le champ électromagnétique dans une ligne HF. Nous allons aborder maintenant les notions de "constantes linéiques" relatives à un fil unique, et nous poursuivrons avec les lignes dans le prochain "comment ça marche".

Self-induction (conducteur isolé dans l'espace).

Considérons un segment (1) d'un conducteur rectiligne, isolé dans l'espace. Admettons qu'il soit le siège d'un courant provoqué par une f.é.m. sinusoïdale. Il génère alors un champ électromagnétique qui à son tour génère une d.d.p. aux bornes du segment et un courant dans celui-ci. C'est le phénomène de self-induction. Le système sera équilibré (courant stable) quand il produira à ses bornes une d.d.p. égale à la f.é.m. (sinon, le courant croîtrait indéfiniment) (2). Le segment du conducteur présente alors à la source de f.é.m. une résistance apparente **Z** égale au rapport entre la d.d.p. présente aux bornes du segment et le courant dans le segment (loi d'ohm) (3). En divisant cette résistance apparente par la vitesse angulaire du courant sinusoïdal on obtient un coefficient de self-induction **L** exprimé en Henrys. $\mathbf{L = Z/\omega}$ ($\omega = 2\pi F$). Cette relation est bien connue sous sa forme : $\mathbf{Z = \omega \times L}$.

Inductance linéique.

On conçoit que le coefficient de self-induction augmente avec la longueur du conducteur, mais moins intuitivement qu'il diminue en fonction du diamètre de celui-ci. Jusqu'à présent nous avons parlé de "courant" dans un conducteur pour ses relations avec le champ E-M. En réalité, ce dernier est proportionnel à la **densité** du courant. Nous avons déjà vu que le champ E-M pénètre très peu dans un conducteur (4). C'est donc comme si la section **S** du conducteur se réduisait à celle d'un tube de même diamètre avec une épaisseur dépendant de la conductivité et de la fréquence. La densité du courant étant égale à **I/S**, quand le diamètre augmente, **S** augmente, la densité du courant diminue et le champ E-M aussi. En conséquence il y a moins de self induction (5). Par ailleurs, l'augmentation de celle-ci n'est pas un facteur constant en fonction de l'augmentation de la longueur du fil (6). Lorsque sa longueur est très petite devant son diamètre, l'augmentation de la self induction est proportionnelle au carré de l'augmentation de longueur pour ne plus être que simplement proportionnelle lorsque la longueur du fil tend vers l'infini. Ainsi nous avons la relation suivante (fil isolé dans l'air) :

$$\mathbf{L1_{(\mu H/m)} = 0{,}46 \times \mathrm{Log}\,(\mathit{L/r})}$$

Avec $\boldsymbol{L}$ = longueur du fil (m), $\boldsymbol{r}$ = rayon de sa section (m), et logarithme décimal.

L_1 est appelé "inductance linéique". Le coefficient de self-induction $\mathbf{L}_{(\mu H)}$ du fil est alors égal à $\mathbf{L}_1 \times \boldsymbol{L}$. Quand l'air est remplacé par un milieu ayant une perméabilité relative $\boldsymbol{\mu}$, $\mathbf{L}_1$ augmente comme $\boldsymbol{\mu}$.

Capacitance linéique

Reprenons notre segment de fil (doublet élémentaire), siège d'un courant alternatif. Il génère un champ E-M, décomposable en un champ **H** et un champ **E**. Ce dernier est lui-même décomposable en deux champs : un champ électrique $\mathbf{E}_\theta$ qui a son vecteur parallèle au fil, et un champ électrostatique $\mathbf{E}_S$ qui a son vecteur perpendiculaire au fil (7). A partir de la définition d'un champ électrique (loi de Coulomb que nous avons vue) relions ensemble tous les points **M** à égale distance du fil (points où le module du vecteur $\mathbf{E}_S$ a la même valeur). Ils forment une surface cylindrique qui entoure le fil. Nous obtenons un condensateur **C** dont la capacité dépend de la longueur ***L*** du segment, du rayon ***r*** du segment et du rayon du cylindre fictif entourant le segment. Ce dernier rayon est une constante dépendant de l'impédance du milieu. En divisant **C** par ***L***, on obtient la "capacitance linéique" $\mathbf{C}_1$. Cette dernière étant liée à la self induction, varie comme $\mathbf{L}_1$ en fonction de la longueur du fil, mais inversement. Nous avons ainsi la relation suivante (fil isolé dans l'air) :
$\mathbf{C}_{1(pF/m)} = \mathbf{24 / [\mathrm{Log}\,(\boldsymbol{L/r})]}$
Avec ***L*** = longueur du fil (m), ***r*** = rayon de sa section (m), et logarithme décimal.
Noter que la valeur de $\mathbf{C}_1$ obtenue correspond au comportement capacitif du fil avec le milieu qui l'entoure. C'est un condensateur fictif. Lorsque l'air est remplacé par un milieu ayant une permittivité relative ε, $\mathbf{C}_1$ augmente comme ε.

Résistance linéique.

Jusqu'à présent nous avons supposé un fil sans pertes. En réalité, la conductivité du fil n'étant pas infinie, sa résistance n'est pas nulle et elle augmente proportionnellement à un "effet de peau" qui s'accentue avec la fréquence (racine carrée de ΔF). On définit ainsi une résistance linéique de pertes $\mathbf{R}_1$:
$\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_0 \times r/2\delta$ ($\delta \ll r$).
Avec $\mathbf{R}_0$ = résistance linéique en courant continu (Ω), r = rayon du fil et δ = profondeur de pénétration du champ E-M pour laquelle il est affaibli de un Néper ($1/e$) [1] (r et δ même unité).

Perditance linéique.

Elle correspond aux pertes par unité de longueur dans le diélectrique entourant le fil (nulles pour de l'air sec). Dans un diélectrique solide, elles augmentent comme la fréquence. On définit une perditance linéique $\mathbf{G}_1$ en parallèle avec la capacitance linéique C_1.

Impédance linéique.

L'impédance linéique en ohms est égale au quotient du champ $\mathbf{E}_S$ en volts/m à la surface d'un fil de rayon r (alors E_θ est nul) par la densité J du courant total à la surface du fil.
$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{E}_{(r)} / J$
En considérant que $\mathbf{Z}_1$ est la mise en série de la résistance et de l'inductance, nous obtenons :
$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{R}_1 + j\omega\mathbf{L}_1$ (***j*** est mis pour indiquer que la tension due à l'inductance est en quadrature avec le courant).

Impédance caractéristique

En utilisant les réactances linéiques $\mathbf{L_1}$ et $\mathbf{C_1}$, et en négligeant les pertes, on obtient les expressions suivantes :

$$Z_C = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = 138 \, \mathrm{Log}\left(\frac{L}{r}\right) \text{ dans l'air}$$

L'impédance caractéristique n'a pas de sens pratique pour un fil en espace libre, mais elle en aura pour un fil proche du sol et pour une ligne (mais la deuxième expression sera différente).

Modèle électrique (conducteur isolé dans l'espace).

Pour une longueur de fil inférieure ou égale au quart d'onde on aboutit au modèle électrique de la figure 1 [(8)] (L = 1 m).

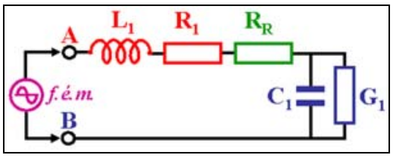

Figure 1 : **Modèle électrique d'un conducteur isolé**

La résistance $\mathbf{R_R}$ est la résistance de pertes par rayonnement qui apparaît lorsque la longueur du fil n'est plus négligeable devant la longueur d'onde.
Ce modèle a un problème, c'est que le point B correspond à une surface dans l'espace entourant le fil. Difficile d'y connecter un pôle de la source de f.é.m. Pour y remédier, il y a deux solutions possibles. Celles-ci sont montrées sur la figure 2.

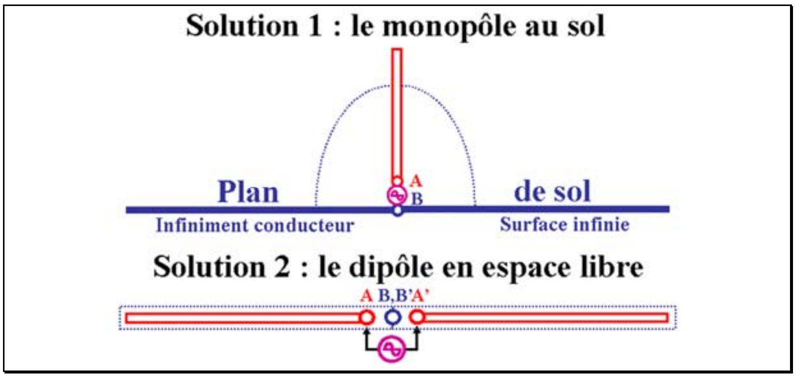

Figure 2 : **Monopôle et dipôle**

La solution 1 consiste à "matérialiser" le point **B** en utilisant un plan infiniment conducteur et de surface infinie sur lequel vont se "refermer" les lignes de force du champ électrostatique autour du fil. Cela va avoir une conséquence sur la répartition des champs et entraîner une modification des valeurs de $\mathbf{L_1}$ et de $\mathbf{C_1}$. Dans les formules précédentes, il convient de remplacer **[Log (*L*/*r*)]** par **[Log (2*L*/*r*)]-1** (valeurs approchées).
La solution 2 consiste à mettre deux fils en série. Alors les points **B** et **B'** représentent un cylindre commun autour des deux fils et l'on peut connecter la source aux points **A** et **A'**. Electriquement, le système ne se comporte pas exactement comme la mise en série des valeurs de chaque fil, mais comme deux solutions 1, images l'une de l'autre par rapport à un plan de sol commun qui passerait en **B,B'** (théorie des images et des structures asymétriques). Sur le modèle, par rapport à un monopôle au sol, $\mathbf{L_1}$ est multipliée par deux et $\mathbf{C_1}$ est divisée par deux, et naturellement, les pertes s'ajoutent.

Validité des calculs.

Les calculs liés à l'électromagnétisme ont pour origine les équations de Maxwell et sont extrêmement complexes si l'on ne les simplifie pas en éliminant des paramètres considérés comme mineurs dans le contexte. Concernant les lignes et les antennes, il n'y a que des formules approchées, qui permettent une bonne approximation des valeurs mesurées. Ainsi les formules ci-dessus pour le calcul de $\mathbf{L_1}$ et de $\mathbf{C_1}$ sont simplifiées car elles ne tiennent pas compte des pertes que l'on considère comme négligeables pour des fils courts. Par ailleurs en HF, un plan de sol idéal est une utopie.

Fil à la résonance.

Prenons un fil très petit devant le quart d'onde ($X_C >> X_L$). En allongeant le fil on augmente son inductance **L** et sa réactance inductive $\mathbf{X_L=\omega L}$. On augmente également sa capacitance **C**, donc on diminue sa réactance capacitive $\mathbf{X_C=1/\omega C}$. On arrive ainsi à une longueur pour laquelle les deux réactances vont être égales et le système sera à la résonance électrique. En régime établi, la source ne "verra" plus que les résistances de pertes par effet Joule et par rayonnement. Il se trouve que cette longueur du fil est très proche du quart de la longueur d'onde. Elle serait égale exactement au quart d'onde si le fil était infiniment mince et de conductivité infinie et s'il ne rayonnait pas. Comme ce n'est pas le cas, la résonance a lieu pour une fréquence plus basse, d'autant plus que le rapport longueur sur diamètre du fil est faible. On rappelle que la longueur d'onde est égale à la vitesse de propagation divisée par la fréquence ($\lambda = v/F$ ou $\lambda = v \times T$) [(9)]. Pour un milieu de permittivité ε, v diminue comme racine d'ε. Par ailleurs, nous avons vu que $\mathbf{C_1}$ augmente comme ε. Pour $\lambda/4$, la longueur du fil diminuant comme la racine d'ε, alors **C** n'augmente que de racine d'ε. Par ailleurs, **L** a diminué de racine d'ε, comme la longueur du fil [(10)]. Ainsi $\mathbf{X_L}$ et $\mathbf{X_C}$ restent égales et la résonance a bien toujours lieu à $\lambda/4$ (ouf !). Une conséquence de ceci est que plus le gainage d'un fil d'antenne est épais et sa permittivité élevée, et plus il faut jouer de la pince coupante. Nous verrons dans le prochain "comment ça marche" comment tous ces paramètres évoluent quand on dispose deux fils proches en parallèle, parcourus par des courants égaux et opposés.

La Rubrique "Comment ça marche" est une activité collective du radio-club F6KRK (http://www.f6krk.org). Pour une correspondance technique concernant cette rubrique : "f5nb@orange.fr".

Bibliographie.

[1] Précédent Radio-REF ou "www.blog.f6krk.org", catégorie "Bulletins et Gazettes", "Comment ça marche ?".

Notes :

1) *On admet que ce segment est suffisamment petit devant la longueur d'onde pour qu'à l'intérieur le potentiel et le courant soient uniformes.*
2) *On conçoit que ce soit l'application d'une f.é.m. qui soit à l'origine du phénomène. Ensuite, en régime établi, on peut aussi bien calculer le courant et la d.d.p. à partir des champs que de calculer les champs à partir du courant et de la d.d.p. Nous avons vu par ailleurs qu'avec un champ E-M propagé, le courant seul suffisait (le champ électrostatique lié à la d.d.p. n'est pas propagé).*

3) *C'est une résistance apparente car le courant est déphasé de 90° par rapport à la d.d.p. Ainsi le produit vectoriel U×I correspond à un échange d'énergie entre la source de f.é.m. et le fil, sans aucune perte si la conductivité du fil est infinie. Sinon il y a consommation d'une énergie dissipée par effet Joule (ou rayonnée).*
4) *Revoir le "comment ça marche" sur l'effet de peau* [1].
5) *Pour une antenne filaire, la densité du courant a peu d'effet sur la résistance de rayonnement* $\boldsymbol{R_R}$. *Lorsque le diamètre du fil augmente, la self induction* ***L*** *diminue, et l'inductance (****ω.L****) aussi. Alors le* ***Q*** *de l'antenne (****ωL/R****) diminue, et la bande passante (****Fo/Q****) augmente.*
6) *La self-induction entre deux segments voisins est plus élevée qu'entre deux segments distants, et la self-induction totale est la somme de toutes les self-inductions de tous les segments entre eux (intégration le long du fil).*
7) *Revoir le premier "comment ça marche" sur les lignes.*
8) *Ce modèle est aussi valable pour d'autres rapports entre la longueur du fil et la longueur d'onde. Nous en reparlerons lors de l'étude du comportement des lignes.*
9) *Ce qu'on a l'habitude de nommer "longueur d'onde" est la longueur d'onde dans le vide, où* ***v=c***.
10) *De fait,* L_1 *et* C_1 *ont changé (légèrement pour un rapport L/r élevé), mais dans une même proportion inverse, ce qui ne modifie pas la fréquence de résonance.*