Voici un petit problème de physique destiné à faire réfléchir sur les notions de vitesse de propagation de phase et vitesse de propagation de groupe, en particulier dans une ligne.

Petit problème de physique

Plus vite que la lumière ?

Robert BERRANGER, F5NB.

En vertu du principe de la relativité, on en conclut que rien ne peut aller plus vite que "c" qui est la vitesse de la lumière dans le vide. Rien ? En est-on bien sûr ?

Avez-vous déjà entendu parler de la vitesse de groupe et de la vitesse de phase ? Si c'est non, c'est le moment d'examiner la figure 1.

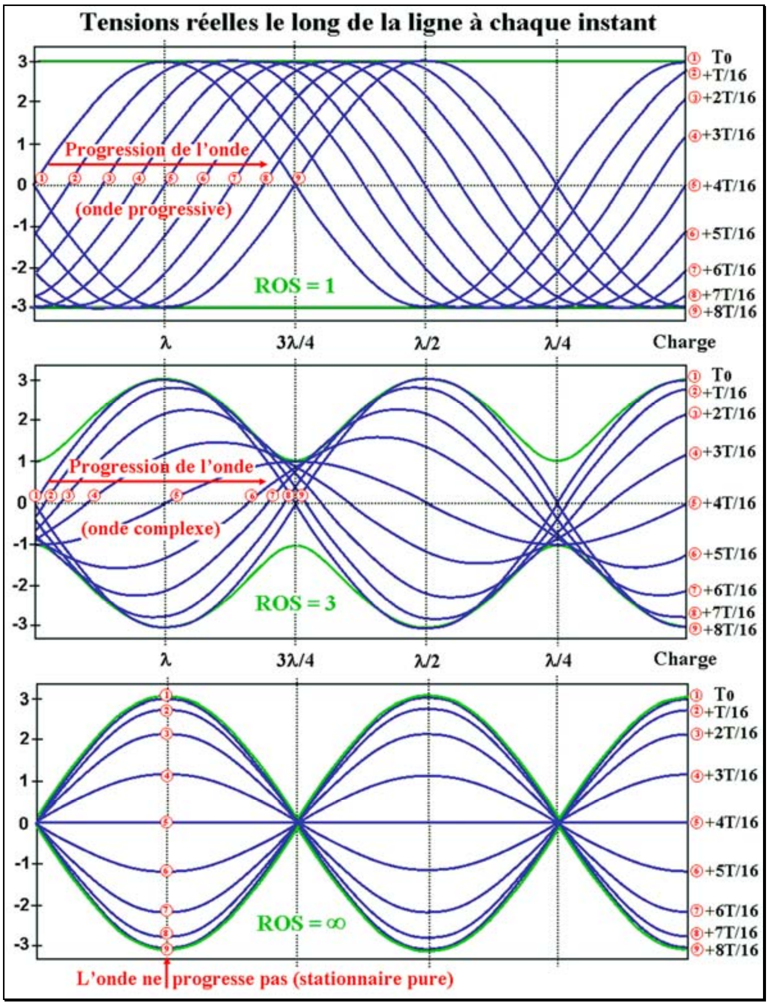

Figure 1 : **Ondes dans une ligne.**

Nous avons une ligne à fils parallèles de conductivité infinie [(1)] placée dans le vide. Dans ces conditions, la vitesse de propagation de l'énergie dans la ligne se fait à la vitesse de la lumière

dans le vide, soit "***c***". Les trois graphes montrent des "photographies" en fonction du temps de la tension de l'onde réelle dans la ligne selon trois cas d'adaptation. En premier, l'impédance de charge est égale à l'impédance caractéristique de la ligne (ROS 1). En dernier, l'impédance de charge est infinie (ROS ∞). Au milieu, l'impédance de charge est une résistance pure égale à trois fois l'impédance de la ligne (ROS 3).
Nous aurions les ondes de courant en déplaçant les courbes de tension de λ/4 vers la gauche ou vers la droite.
Dans une ligne sans pertes, le calcul de la tension de l'onde réelle est fait à partir des équations de propagation simplifiées de la figure 2. L'hypothèse mathématique utilisée considère que l'onde réelle est la combinaison d'une onde aller ***A*** avec une onde retour ***B*** liée à l'onde aller par un coefficient de réflexion au niveau de la charge [(2)].

$$\boxed{\begin{aligned} &U(\alpha) = A.e^{j\alpha} + B.e^{-j\alpha} \\ &I(\alpha) = \frac{1}{Z_C}(A.e^{j\alpha} - B.e^{-j\alpha}) \\ &V(\alpha,t) = \Re\left[U(\alpha).e^{j\omega t}\right] \end{aligned}}$$

Figure 2 : **Equations de propagation**

$\alpha = \alpha_0 + (2\pi \times L/\lambda)$ est le coefficient de déphasage au point ***L*** de la ligne, compté depuis la charge où $\alpha_0=0$ pour une charge résistive pure.
Soit Zc = 1 Ω et U_0=3V aux bornes d'une charge R=3Ω (ROS 3). Alors I_0=3/3=1A. Par suite A=2 et B=1 [(3)]. Le module de ***U(α)*** est représenté par les courbes vertes sur la figure 1 (courbes enveloppes). ***V(α,t)*** est la tension réelle à l'instant ***t*** au point *α* (courbes bleues de la fig.1).

Vitesse de groupe.

C'est la vitesse de propagation de l'énergie, donc du champ électromagnétique. Dans notre cas, elle est égale à la vitesse de propagation de la lumière dans le vide, soit $v_G = \mathrm{d}L / \mathrm{d}t = c = 3.10^8$ m/s. Si d***t*** = **T** (T=1/F), alors d***L*** = λ.

Vitesse de phase.

Elle est égale à d***L*** / d*φ*. Or $\varphi = \varphi_0 + \omega t$. ($\omega = 2\pi F$). Par ailleurs, si ***t*** =1/F, ***L***=λ.
Tout ceci pour dire que si, en fonction du temps, *ω* est constant (alors d*φ* est constant) et si la vitesse de phase est constante, alors d***L*** est constant. C'est bien ce que nous constatons sur la fig. 1 pour ROS = 1. Pour des d***t*** constants, les d***L*** sont constants. Nommons les "$\mathrm{d}L_1$".
Pour ROS infini, d***L*** = 0, donc ***v*** = 0. La vitesse de propagation est nulle. Nous avons des ondes stationnaires pures.
Pour ROS = 3, les choses se compliquent. Nous constatons que pour des d***t*** constants, les d***L*** varient dans de grandes proportions autour de $\mathrm{d}L_1$. Un calcul complet montrerait qu'en intégrant sur un multiple de quarts de périodes les longueurs obtenues seraient égales à des multiples de λ/4. En conséquence, la vitesse de propagation moyenne de la phase est égale à la vitesse de propagation de groupe, et c'est heureux. Mais tout cela pose quand même un petit problème de physique.

Question

Nous avons vu que la vitesse de propagation était égale à l'augmentation de la distance (d***L***) par unité de temps (d***t***). Nous avons vu aussi que pour $\mathrm{d}L = \mathrm{d}L_1$, la vitesse de propagation de la phase était égale à la vitesse de propagation de groupe, égale pour nous à la vitesse de la lumière dans le vide (***c***). Nous avons vu également qu'en cas de ROS supérieur à 1, en certains endroits de la ligne, $\mathrm{d}\boldsymbol{L}$ était supérieur à $\mathrm{d}\boldsymbol{L_1}$. Alors :

- En certains endroits de la ligne, la vitesse de phase est-elle supérieure à ***c*** ? Si oui, expliquer pourquoi il y aurait ou non contradiction avec le principe de la relativité [4].
- Si cela n'est pas possible, alors où est l'erreur de raisonnement ?

Pour vous aider (ou vous embrouiller), voici en bonus une dernière figure montrant les tensions réelles [5] à quatre instants dans une ligne avec pertes pour ROS = 100 à la charge.

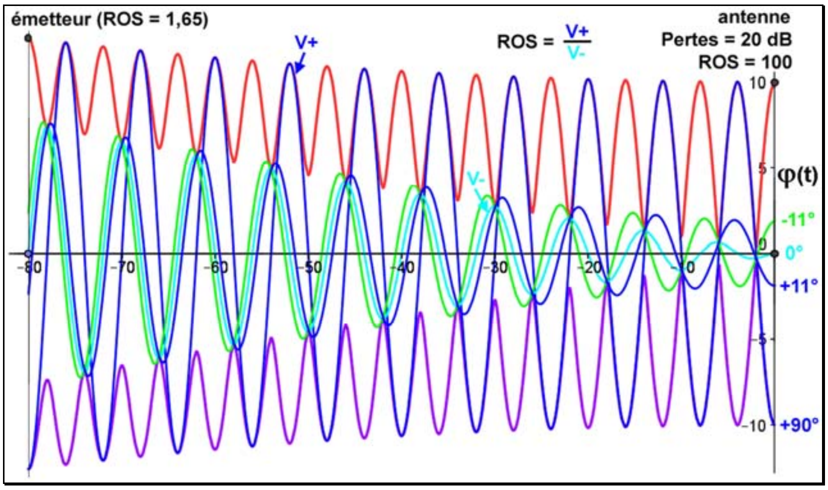

Figure 3 : **Ligne avec pertes**

Il s'agit d'une ligne 50 Ω de 80 m de long et d'un signal à 37,5 MHz. A cette fréquence, la ligne a une perte de 7,5 dB aux 100m pour ROS 1. La charge est constituée d'une résistance de 5 kΩ. Si l'on voit bien la progression de l'onde du côté émetteur, c'est moins évident du côté antenne. Et pourtant, elle progresse, mais seulement une petite partie de l'onde, la majorité étant stationnaire.

J'attends vos réponses à "f5nb@ref-union.org", ou par courrier via la rédaction de Radio-REF. J'en ferai un compte rendu dans un prochain numéro de Radio-REF.

Notes :

1) *Donc sans pertes.*
2) *Il y a d'autres hypothèses mathématiques qui aboutissent au même résultat. Celle-ci est la plus utilisée, même si c'est la moins compatible avec l'expérimentation physique.*
3) *Le coefficient de réflexion (tension) est égal à B/A, soit 0,5 et le ROS est égal à (A+B) / (A-B), soit 3.*
4) *Se contenter du principe, on ne demande pas une démonstration mathématique, mais un raisonnement logique.*
5) *Celles que l'on pourrait mesurer avec un voltmètre instantané.*

(Réponses pages suivantes)

Petit problème de physique

"Plus vite que la lumière ?", le corrigé.

Robert BERRANGER, F5NB.

Dans le Radio-REF de janvier 2016, j'ai posé un petit problème concernant la vitesse de phase et la vitesse de groupe dans une ligne en se demandant si dans certains cas, la vitesse de phase pouvait aller plus vite que "c" qui est la vitesse de la lumière dans le vide. Voici ici les vérités des OM qui m'ont répondu, ainsi que la mienne.

Rappel du petit problème [(1)]

Examinons la figure 1 de l'énoncé (ondes dans une ligne).

Nous avons une ligne à fils parallèles de conductivité infinie (sans pertes) placée dans le vide. Dans ces conditions, la vitesse de propagation de l'énergie dans la ligne se fait à la vitesse de la lumière dans le vide, soit "***c***". Les trois graphes montrent des "photographies" en fonction du temps de la tension de l'onde réelle dans la ligne selon trois cas d'adaptation. En premier, l'impédance de charge est égale à l'impédance caractéristique de la ligne (ROS 1). En dernier, l'impédance de charge est infinie (ROS ∞). Au milieu, l'impédance de charge est une résistance pure égale à trois fois l'impédance de la ligne (ROS 3).
Dans une ligne sans pertes, le calcul de la tension de l'onde réelle est fait à partir des équations de propagation simplifiées suivantes :

$$\boxed{\begin{aligned} &U(\alpha) = A.e^{j\alpha} + B.e^{-j\alpha} \\ &I(\alpha) = \frac{1}{Z_C}(A.e^{j\alpha} - B.e^{-j\alpha}) \\ &V(\alpha,t) = \Re\left[U(\alpha).e^{j\omega t}\right] \end{aligned}}$$

L'hypothèse mathématique utilisée considère que l'onde réelle est la combinaison d'une onde aller ***A*** avec une onde retour ***B*** liée à l'onde aller par un coefficient de réflexion au niveau de la charge. $\boldsymbol{\alpha = \alpha_0 + (2\pi \times L/\lambda)}$ est le coefficient de déphasage au point ***L*** de la ligne, compté depuis la charge où $\boldsymbol{\alpha_0 = 0}$ pour une charge résistive pure.
Soit Zc = 1 Ω et U_0=3V aux bornes d'une charge R=3Ω (ROS 3). Alors I_0=3/3=1A. Par suite A=2 et B=1 [(2)]. Le module de ***U(α)*** est représenté par les courbes vertes sur la figure 1 (courbes enveloppes). ***V(α,t)*** est la tension réelle à l'instant ***t*** au point *α* (courbes bleues de la fig.1).
Ensuite je donnais "mes" définitions suivantes [(3)] :

La **vitesse de groupe** est la vitesse de propagation de l'énergie, donc du champ électromagnétique. Dans notre cas, elle est égale à la vitesse de propagation de la lumière dans le vide, soit v_G = d***L*** / d***t*** = ***c*** = 3.10^8 m/s. Si d***t*** = **T** (T=1/F), alors d***L*** = λ.
La **vitesse de phase** est égale à d***L*** / d*φ*. Or **φ = φ₀ + ω*t***. (ω = 2πF). Par ailleurs, si ***t*** =1/F, ***L***=λ. Alors si *ω* est constant, d*φ* est constant et si la vitesse de phase est constante, alors d***L***

est constant. C'est bien ce que nous constatons sur la fig. 1 pour ROS = 1. Pour des d$\boldsymbol{t}$ constants, les d$\boldsymbol{L}$ sont constants. Nommons les "d$\boldsymbol{L_1}$".
Pour ROS infini, d$\boldsymbol{L}$ = 0, donc $\boldsymbol{v}$ = 0. La vitesse de propagation est nulle. Nous avons des ondes stationnaires pures.
Pour ROS = 3, nous constatons que pour des d$\boldsymbol{t}$ constants, les d$\boldsymbol{L}$ varient dans de grandes proportions autour de d$\boldsymbol{L_1}$, et cela entraîne un petit problème.

Question

Nous avons vu que la vitesse de propagation était égale à l'augmentation de la distance (d$\boldsymbol{L}$) par unité de temps (d$\boldsymbol{t}$). Nous avons vu aussi que pour d$\boldsymbol{L}$ = d$\boldsymbol{L_1}$, la vitesse de propagation de la phase était égale à la vitesse de propagation de groupe, égale pour nous à la vitesse de la lumière dans le vide ($\boldsymbol{c}$). Nous avons vu également qu'en cas de ROS supérieur à 1, en certains endroits de la ligne, d$\boldsymbol{L}$ était supérieur à d$\boldsymbol{L_1}$. Alors :

- En certains endroits de la ligne, la vitesse de phase est-elle supérieure à $\boldsymbol{c}$? Si oui, expliquer pourquoi il y aurait ou non contradiction avec le principe de la relativité.
- Si cela n'est pas possible, alors où est l'erreur de raisonnement ?

Vos réponses

D'abord à l'OM qui m'a écrit "Il faut être complètement azimuté pour se faire des nœuds au cerveau avec des bêtises pareilles, vous n'avez pas autre chose à faire ?", je répondrais : "C'est à partir du jour [4] où un mammifère, ancêtre commun avec les primates, a commencé à se faire des nœuds au cerveau qu'il a divergé des primates pour devenir un Homme".

Dans l'ensemble tout le monde a répondu des choses exactes, mais très peu ont repéré le piège dans la question que l'on pourrait résumer ainsi "se méfier des artefacts visuels" en particulier des effets stroboscopiques. Donc, comme l'aurait dit un ancien prof de maths "à question idiote, réponse idiote". Autrement dit, on ne peut pas avoir la bonne réponse si l'on ne se pose pas la bonne question.
Je vais maintenant citer des extraits des réponses des OM, avec mes commentaires en bleu.

F6FQX :

Il commence par rappeler les principes de la relativité restreinte qui conduisent à la conclusion :
- Un objet doué d'une masse (particule type électron, par exemple) ne peut atteindre et donc dépasser la vitesse de la lumière ***c****.*
- Une onde électromagnétique (particule type photon), si elle se déplace (i.e. si elle est non-stationnaire) dans le vide, le fait à la vitesse ***c****.*
- masse et énergie sont « équivalentes » (le fameux $\boldsymbol{E=m.c^2}$*)*
Or, dans votre problème, il est question de « 2 choses » :
- <u>Une onde</u> et sa vitesse dite « de groupe »
- <u>La phase de cette onde</u>
La première de ces « choses » relève bien des « principes d'Einstein», mais pas la deuxième, une phase n'étant ni un électron, ni un photon, mais une grandeur abstraite en relation avec elle. Rien n'interdit donc à une phase de se déplacer plus vite que la lumière (rien n'interdit à vos pensées de s'envoler plus vite que vous vers les tropiques, surtout en hiver...). Ensuite il donne des exemples dans l'Univers pour conclure par :

Identifier onde et phase, c'est confondre « un tout » avec « une de ses parties », cela ne relève pas de la science mais de la rhétorique (les littéraires parlent de métonymie et de synecdoque à ce sujet). Ainsi il ne faut pas confondre un abonné au téléphone avec son numéro... (et pratiquer la numérologie, comme certains matheux le font sans s'en apercevoir). Démonstration parfaite, sauf qu'il n'a pas vraiment répondu à la question en ne décelant pas l'erreur dans la question qui était de confondre "vitesse de phase" et "vitesse de propagation de la phase" (j'ai l'esprit vicieux, je le reconnais).
Dans une deuxième correspondance, il remet en cause l'application de la notion de "vitesse de groupe" à une onde monochromatique (une seule raie spectrale). Il a raison, mais je n'ai pas complètement tort. Je développerai plus loin.

F6FAS :

Pour moi, c'est un faux paradoxe, pourquoi ? Tout simplement parce qu'il ne faut pas mélanger les objets mathématiques et les objets physiques, la vitesse de l'onde électromagnétique se représente comme une sinusoïde se déplaçant, en fait c'est la phase qui varie d'un point à l'autre sur l'axe de propagation et la vitesse de phase est une grandeur mathématique, non physique, sa vitesse est $V_\Phi = \omega/k$ (avec $k = 2\pi/\lambda$). *C'est souvent trompeur car beaucoup de représentations animées donnent l'impression que l'onde se déplace alors que rien ne se déplace. C'est l'énergie qui se déplace grâce aux photons. La théorie de la relativité se réfère à des grandeurs physiques et non mathématiques et limite la vitesse des grandeurs physiques à celle de la vitesse de la lumière (dans le vide). La vitesse de phase peut être « mathématiquement » supérieure à celle de la lumière ce qui n'est pas en contradiction avec la vitesse de la lumière puisqu'il n'y a là qu'une grandeur mathématique, il n'y pas de déplacement physique. Par contre la vitesse de groupe, qui traduit un transport d'énergie, donc une grandeur physique est, elle, toujours inférieure à la vitesse de la lumière. Le support physique des ondes, ce sont les photons, les échanges de photons sont responsables de la propagation des ondes (de leur énergie) or ces photons se déplacent à la vitesse de la lumière (dans le vide) et ne se déplacent pas plus vite selon la théorie de la relativité. L'énergie de ces photons est égale à* $\mathbf{E} = \hbar\nu$ avec h = constante de Planck et ν = fréquence de l'onde en Hertz.
Puis dans un deuxième message suite à échange :
Je ne vois pas comment fonctionne le logiciel « geogebra » que vous avez utilisé pour obtenir vos courbes, en particulier celle avec ROS=3. Je ne vois pas à quoi correspondent toutes ces courbes bleues, je suppose qu'elles ont fait l'objet de traitements spéciaux, en phase et en amplitude et faire varier le temps ne fait que rajouter un décalage qui rend l'interprétation difficile (à vérifier). Rien de mystérieux. Ces courbes bleues sont des "photographies" prises à dix instants différents et elles représentent la tension tout le long de la ligne pour ces instants. Elles ont été obtenues en entrant dans "Geogebra" les équations de propagation avec des conditions particulières pour la tension à l'entrée de la ligne (Asin(ωt)) en faisant varier t (10 deltas) et en faisant varier Rc par ailleurs (Zo, 3Zo, et infini). Ensuite j'ai superposé les résultats sur un seul graphique.
La mesure des espaces sur l'axe du temps (des **L**) *ne correspond pas à quelque chose que je reconnaisse, quelque chose m'échappe, mathématiquement je n'arrive pas à comprendre qu'il y ait de tels espacements en ayant une onde réfléchie dans un dispositif purement résistif et dans le vide : le déplacement dL sur l'axe de propagation devrait être proportionnel à l'intervalle de temps pris à chaque fois.* Confusion entre onde et propagation de l'énergie. Si elles sont associées en espace libre, ce n'est pas le cas dans une ligne. Ici, l'onde est immatérielle. Un peu comme l'onde "réactive" sur une autoroute qui propage en arrière l'effet

d'un obstacle sur le parcours. Cette onde ne transporte aucune énergie, toutes les voitures continuent d'avancer dans le même sens, de la source vers la charge.
De plus, je pense que ce type de graphique n'est pas du tout adapté dans ce cas pour réaliser une interprétation de deux concepts « vitesse de phase » et « vitesse de groupe » qui de toute façon ne peuvent pas être illustrées dans ce cas, étant égales, on ne verra pas de différence. OK, voir mon corrigé.
Je resterais sur une démonstration basée sur le principe de causalité (lorsqu'une cause produit effet, alors l'effet ne peut précéder la cause), je m'explique :
Lorsque la première onde "entre" dans la ligne, la ligne n'étant pas adaptée, cette onde va être « réfléchie » par la charge et un régime d'ondes stationnaires va se créer. Alors une onde circule du générateur vers la charge (onde incidente) et une onde circule de la charge vers le générateur (onde réfléchie), avec les équations de propagation mentionnées figure 2. L'onde physique A se déplace à la vitesse de la lumière, l'onde physique B qui se déplace de la charge vers le générateur ne peut pas se déplacer plus vite que la cause qui l'a créé, en vertu du principe de causalité (lorsqu'une cause produit un effet, celui-ci ne peut précéder la cause). Donc les deux ondes qui sont des objets physiques ne se « déplaceront » jamais plus vite que la vitesse de la lumière. Rien dans la ligne ne se déplacera donc plus vite que la vitesse de la lumière, c'est selon la théorie de la relativité une certitude. OK pour cette dernière phrase. Par ailleurs, on a ici une belle illustration de la confusion qui est faite entre onde et énergie dans une ligne. Comme l'a dit F6FQX, l'OM confond l'abonné (l'énergie qui se déplace) avec son numéro de téléphone (l'onde qui décrit le comportement du déplacement de cette énergie). Ici, il y a deux numéros de téléphone (onde directe et onde réfléchie), et elles n'ont aucune matérialité dans un régime stationnaire comme celui que nous envisageons, le seul où les équations de Maxwell soient "intégrables", le seul aussi où le ROS a une signification physique (mesurable).

F5EDP :

Il n'y a ni erreur de raisonnement ni erreur de calcul. Si, malheureusement. F5EDP n'a pas soupçonné mon esprit tordu.
Les graphiques de la figure 1 sont justes et montrent bien que, pour la même durée dt, certains DL pour ROS = 3 sont très supérieurs aux DL1 qui sont constants pour ROS = 1. La vitesse de phase calculée est donc pour ces cas particuliers, supérieure à celle obtenue dans le cas ou ROS = 1. Ce serait vrai si le calcul était bon.
*Pour ROS = 1 la vitesse de phase est égale à la vitesse de groupe qui vaut **c** (dans le vide).* OK. *La vitesse de phase calculée dépasse bien **c** à certains instants quand le ROS = 3.* Non, toujours égale à la vitesse de groupe.
Cette vitesse de phase ne correspond à aucun transport d'énergie (et on ne peut la mesurer). Pas si sûr. *Il n'y a donc pas de contradiction avec la relativité restreinte et l'impossibilité de dépasser **c** car ce principe ne concerne que le transport d'information ou d'énergie.*
*Si l'information allait plus vite que **c** le principe de causalité n'existerait plus. Dans les 2 cas, ROS = 1 ou ROS = 3, l'énergie de l'onde se propage à la même vitesse.* Tout Ok, mais lui non plus n'a pas répondu à la vraie question. Puis lors d'un deuxième échange :
*Pour la vitesse de phase vous prenez la moyenne des vitesses de phase des deux ondes courant intensité. Le résultat est juste pour une période correspondant à Lambda/2 et ça supprime le problème de la vitesse de phase qui dépasse **c**. Ce qui me gêne c'est comment le justifier mathématiquement.* Ce n'est pas à justifier, car lambda est dans la définition de la vitesse de propagation de la phase qui ne se détermine pas comme je l'ai fait.
Concernant mon affirmation "la vitesse de phase n'est pas mesurable" je souhaite l'expliciter. Il s'agit de la vitesse de phase d'une onde sinusoïdale monochromatique d'amplitude

constante. Pour effectuer une mesure il faudrait introduire sur l'onde un signal dont on pourrait suivre le déplacement en fonction du temps. Or cette onde ne présente aucune singularité. C'est pourtant simple pour une ligne quand on connaît la fréquence. Il suffit de voir pour quelle longueur on a à l'entrée la recopie d'un C/C à la charge, par exemple. On obtient ensuite la vitesse de phase qui est la vitesse de propagation. Tous les OM ou presque l'ont fait (cas d'école).
On peut essayer d'introduire une singularité en la faisant interférer avec une deuxième onde de même amplitude, de même phase initiale et de pulsation très proche. Les interférences produites auront la forme de paquets d'ondes dont on pourra alors mesurer la vitesse de propagation mais cette vitesse sera la vitesse de groupe de la modulation et pas une vitesse de phase. Pas de problème dans une ligne car les deux vitesses sont les mêmes.
Une remarque en passant on ne peut pas parler de vitesse de groupe pour une onde sinusoïdale monochromatique contrairement à ce que j'ai écrit dans ma réponse pour le cas ROS = 1. On peut étendre la notion de "vitesse de groupe" à un groupe de deux fréquences suffisamment proches pour les confondre. Mais pour la mesure, les fréquences devront être suffisamment éloignées pour avoir des valeurs "mesurables" (avec un rapport S/B suffisant).

F4AEM :

Dans votre dernier article, je pense que l'erreur potentielle peut venir de vos définitions des vitesses de phase et de groupe qui ne sont pas celles des physiciens ni des spécialistes du sujet. Bien vu ! *Le calcul d'une vitesse de groupe demande deux ondes de fréquences proches et progressives (de même sens) pour avoir l'équivalent d'une enveloppe de modulation et c'est la vitesse de cette enveloppe qu'on recherche. En milieu dispersif elle est souvent plus faible que la vitesse de phase qui elle, est celle de l'énergie.* Là, F4AEM n'est d'accord avec personne, car tout le monde affirme que c'est la vitesse de groupe qui est celle de l'énergie mais compte tenu de l'expérimentation que j'ai pu réaliser avec un sondeur ionosphérique à incidence verticale, je ne trancherais pas. *Il ne faut pas confondre tension entre les deux conducteurs aux différents points et ondes. Pour une onde, il faut parler de vecteur d'onde k,* Plus simplement de "nombre d'onde" qui est la norme du vecteur d'onde. *La première figure a un sens, puisque là, il n'y a qu'une seule onde propagative et on imagine facilement l'onde avancer à la vitesse de phase. Les autres figures ne sont pas correctes, car en réalité il y a deux ondes propagatives, une progressive dite « aller » et une rétrograde dite de «retour » et là vous ne les dessinez pas.* J'ai dit dans l'énoncé comment ces figures ont été obtenues par calcul avec la méthode des deux ondes A (aller) et B (retour) (*cf.* fig.2). Quant à la réalité physique des deux ondes, on en reparlera.
Je pense d'autre part que la confusion entre ligne à pertes (atténuatrice) et ligne dispersive devrait pouvoir être évitée. Hors sujet ici, mais sujet intéressant. *Le caractère dispersif mesure l'étalement progressif d'un paquet d'onde ...c'est à dire l'étalement subi par une brève impulsion entre son départ et l'arrivée,* Tout à fait d'accord.
Evidemment le petit delta "subluminique" qu'on observe est dû à la différence des vitesses de phase de l'onde aller et de l'onde retour soit 600000km/s (???). *La théorie de la relativité restreinte ne sera pas remise en cause par la différence de vitesse entre deux photons qui vont à l'opposé l'un de l'autre.* Ah ! Si l'on pouvait compter les photons … Tout ceci qui est dans le prolongement des deux ondes ci-dessus ne résiste pas à l'expérimentation quand on leur attribue une énergie.

Voilà, tout le monde a raison (ou presque), mais personne n'a vraiment fait une analyse complète. Je vais tenter l'exercice.

F5NB :

Dès la première ligne, l'auteur est ambigu. En effet, il parle de "vitesse de phase" et de "vitesse de groupe" alors que manifestement il veut parler de "vitesse de propagation de la phase" et de "vitesse de propagation du groupe". Sinon, comparer une vitesse de phase à une vitesse de propagation maximale (***c***) n'a aucun sens physique. Mais dans la littérature, ce raccourci littéraire est fait par tous les auteurs, à charge pour le lecteur de traduire l'expression en fonction du contexte.

Vitesse de propagation de la phase

Elle est égale au quotient par le temps de la distance parcourue par une onde monochromatique (à la fréquence **F**) pour qu'elle retrouve la **même phase**. On a : $\mathbf{V\varphi = \omega / k}$ avec **k = nombre d'onde =** $\mathbf{2\pi / \lambda}$ (lambda **mesuré** en mètres). Sur la figure 1, lambda correspond à ***c*** **/ F**. Donc la vitesse de phase est égale à la vitesse de la lumière dans le vide (***c***). En effet, de la formule donnant $\mathbf{V_\Phi}$, on en tire qu'elle est égale à $\mathbf{F} \times \lambda$ ($\lambda = \mathbf{V_\Phi / F}$). C'est comme cela que l'on détermine le coefficient de vélocité d'un câble coaxial inconnu, en déterminant **F** pour une longueur "électrique" de $\lambda/2$. Ensuite en mesurant la longueur physique de la ligne on en déduit la vitesse de phase, donc le coefficient de vélocité ($\mathbf{V_\Phi} / c$) [(5)]. La vitesse de propagation de la phase ne s'applique qu'à une onde monochromatique (fréquence unique).

Vitesse de propagation de groupe.

Voyons d'abord la définition du groupe : Il s'agit de l'ensemble des composantes monochromatiques contenues dans une onde complexe. Pour comprendre le phénomène, on utilise le groupe le plus petit que l'on puisse imaginer : il est la somme de deux ondes monochromatiques d'amplitudes égales à deux fréquences proches **F1** et **F2** (**ΔF<<F1 et F2**). Pour que ces deux ondes puissent constituer un groupe, il faut que l'information transmise par le groupe soit liée aux relations de phase et/ou d'amplitude entre les deux ondes. Voir sur la figure 2 la forme temporelle du signal obtenu.

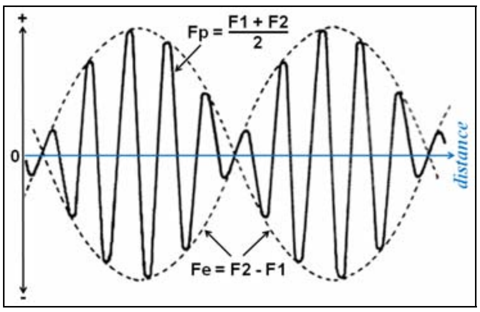

Figure 2 : **Signal deux tons égaux (groupe de référence)**

Fp est la fréquence moyenne entre **F1** et **F2** [(6)] et **Fe** est la fréquence de l'enveloppe (**F2-F1**). Alors la vitesse de groupe **Vg** est la vitesse de propagation de l'enveloppe. **E**lle est égale à $d\omega / d\mathbf{k}$ (voir annexe 1). On peut écrire cette expression sous la forme approchée : $\mathbf{Vg = V_\Phi - [\lambda \times \Delta V_\Phi / \Delta\lambda]}$, avec λ = longueur d'onde à la fréquence moyenne. Cette formule est utilisable si $\mathbf{\Delta V_\Phi}$ est très petit devant $\mathbf{V_\Phi}$. Cette dernière étant liée à l'indice de réfraction ***n*** ($\mathbf{V_\Phi} = c / n = \mathbf{F} \times \lambda$), si ***n*** est constant, $\mathbf{V_\Phi}$ est constante et $\mathbf{\Delta V_\Phi}$ est nul. Alors **Vg** est égale à $\mathbf{V_\Phi}$. On remarquera que les calculs de ces vitesses se réfèrent tous à la longueur d'onde. Et

effectivement, si sur la figure 1 (ROS 3) on mesure ***L*** entre deux points de mêmes numéros, ***L*** est constante. Donc la vitesse de **propagation** de la phase est constante.
N-B : Je ne développerai pas ici la notion de dispersion qui est liée à la vitesse de propagation de groupe car ce serait trop long. La dispersion et sa conséquence sur la bande de cohérence dans une liaison radioélectrique feront l'objet d'un futur article.

Analyse de la figure 1

Celle-ci représente une onde de tension monochromatique à la fréquence **F** à l'intérieur de la ligne à dix instants $\mathbf{T_0 + n.\Delta T}$ constants. Cette onde de tension a été calculée à partir des équations de propagation utilisant l'artifice mathématique de deux ondes progressives antagonistes dont l'une est une proportion de l'autre selon un coefficient de réflexion qui peut être complexe (pas ici). J'ai dit "artifice" car ici nous sommes dans une ligne filaire et en **régime stationnaire**. En espace libre, les deux ondes peuvent avoir une réalité dans certains cas, que le régime soit stationnaire ou transitoire.
La figure 1 est la superposition de 10 échantillonnages réalisés à la fréquence 10F. Il faut alors se méfier des artéfacts qui peuvent en résulter [(7)]. De fait ces courbes permettent de calculer à tous les endroits de la ligne, **U**, **I** et φ. Et alors on peut voir que $\mathbf{U \times I \times \cos(\varphi)}$ est une constante, quel que soit le ROS. C'est la puissance transmise dans la charge, la seule qui transite dans la ligne (calculs qui peuvent être faits à partir des équations de propagation, et c'est normal puisque ces courbes ont été obtenues avec ces mêmes équations). Mais on peut aussi obtenir les mêmes résultats en utilisant une onde progressive et une onde stationnaire au lieu de deux ondes progressives antagonistes **[1]**.
Alors, que représentent les ***ΔL*** sur la figure pour ROS 3 ? Ils représentent bien une vitesse de phase, mais elle se réfère à **F** qui est proportionnelle à $\Delta\varphi/\Delta t$. Si l'on fait $\Delta\varphi = \mathbf{2\pi}$ radians et $\mathbf{\Delta t = T}$ (période de l'onde), et sachant que $\mathbf{F = 1/T}$, on obtient $\omega = \mathbf{2\pi.F}$ (radians/s). "ω" est appelé "pulsation d'un signal monochromatique à la fréquence **F**". C'est la vitesse de phase ou "vitesse angulaire". Cette vitesse de phase est indépendante de λ. Avec une fréquence donnée, pour obtenir λ, il faut connaître la vitesse de propagation de la phase et pour connaître celle-ci, il suffit de connaître λ. C'est la signification de la formule : $\mathbf{V\varphi = \omega / k}$ $\mathbf{(k = 2\pi / \lambda)}$.

Conclusion

La mesure de la "vitesse de phase" de l'auteur ne se rapporte pas à la propagation, mais à la fréquence (ω). Donc dans tout cela, il n'y a rien qui n'aille plus vite que la vitesse de la lumière dans le vide.

Annexe 1 : *Diagramme de Brillouin.*

Un bon moyen pour comprendre la différence entre la vitesse de propagation de la phase et la vitesse de propagation du groupe est d'examiner le diagramme de Brillouin sur la figure 3.

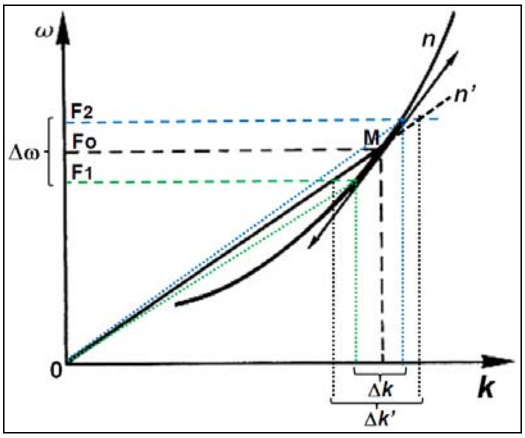

Figure 3 : **Diagramme de Brillouin**

Sur ce diagramme, la vitesse de phase pour **Fo** (point **M**) est représentée par la pente de la droite qui relie **zéro** à **M** et la vitesse de groupe (au point **M**) est représentée par la pente de la **tangente** au point **M** sur la courbe représentant la variation de ***n*** en fonction de la fréquence.
Si ***n*** est constant avec la fréquence (droite ***n'***), alors pour un certain écart entre **F1** et **F2** (Δω), nous avons un écart Δ***k'***. Quel que soit **Fo** et quel que soit **ΔF**, nous aurons un Δ***k*** qui ne sera lié que par des constantes à **Fo** et à **ΔF**. Le rapport entre **F** et ***k*** sera constant et ne dépendra que de ***n'***. Donc la vitesse de phase et la vitesse de groupes (égales à ω/***k***) seront constantes quelle que soit **F** pour l'une et quel que soit **ΔF** pour l'autre.
Si ***n*** augmente avec la fréquence, comme ici, alors pour un même **ΔF**, on mesurera un **Δ*k*** plus faible que **Δ*k'*,** comme on le voit sur la fig. 3. Sachant que ***k*** est proportionnel à **1**/λ, cela veut dire que la longueur d'onde diminuera moins vite avec la fréquence qu'elle le devrait. Donc si la longueur d'onde différentielle augmente avec la fréquence, alors la vitesse de propagation diminue. Si Δ***k*** tend vers zéro pour un même **ΔF**, la vitesse de propagation tend vers zéro. Et si ce point est atteint, comme dans le cas d'un sondage ionosphérique à incidence verticale, l'onde rebrousse chemin et retourne vers l'émetteur [(8)].

Annexe 2 : *Propagation de l'énergie dans une ligne filaire*

Voyons d'abord comment se fait la propagation de l'énergie en espace libre. Dans ce cas, l'énergie est transportée par le champ électromagnétique, constituant une onde plane (champ E et champ H en phase). L'énergie transportée est mesurée par le flux du vecteur de Poynting qui est alors égal à **E** × **H** (modules). On considère que la moitié de l'énergie est liée au vecteur champ **E** et l'autre moitié au vecteur champ **H**. Pour une propagation dans un milieu donné, le rapport entre le champ **E** et le champ **H** est une constante : l'impédance du milieu (soit 377Ω dans le vide et dans l'air sec).
La propagation de l'énergie dans une ligne filaire se fait d'une manière différente. En effet, si l'on a bien encore une onde plane, celle-ci n'est pas liée uniquement au champ électromagnétique. Ce dernier correspond au champ rayonné parasite de la ligne qui a son vecteur de Poynting perpendiculaire à la direction de la ligne. Le vecteur de Poynting qui est dirigé vers la charge est la multiplication du champ **Es** électrostatique existant entre les fils de la ligne (lié à la capacitance linéique) et le champ **H** électromagnétique (simple) existant entre les fils (lié à l'inductance linéique). Les champs **E** liés aux champs électromagnétiques des deux fils qui sont dirigés parallèlement à la direction des fils s'annulent à l'intérieur de la ligne. Le champ **Es** et le champ **H** sont en phase dans une ligne chargée par son impédance caractéristique et perpendiculaires entre eux. Quand on multiplie leurs vecteurs pour obtenir le vecteur de Poynting, le vecteur résultant est dirigé vers la charge. Si la ligne est chargée par

son impédance caractéristique, les champs **Es** et **H** sont constants tout le long d'une ligne **sans perte** et leur rapport est aussi une constante égale à l'impédance caractéristique de la ligne.
Voir sur la figure 4 les champs dans une ligne adaptée.

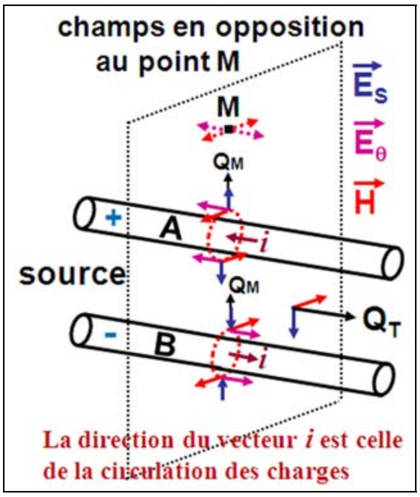

Figure 4 : **Les différents champs dans une ligne**

$\mathbf{Q_T}$ est le vecteur de Poynting de la puissance transmise dans la charge. Il est composé du champ **H** (en rouge) multiplié par le champ **Es** (en bleu). Les champs **H** sont créés par la circulation des courants ***i***. Ils s'additionnent à l'intérieur de la ligne. Les champs **E** associés (en violet) sont en opposition de phase et s'annulent. Le champ **Es** est le champ électrique à l'intérieur du condensateur formé par les deux fils. Il est proportionnel à la d.d.p. entre les deux fils. $\mathbf{Q_M}$ est le vecteur de Poynting de l'énergie rayonnée. Elle est quasi nulle si l'espacement entre les fils est très faible devant la longueur d'onde. Dans une ligne coaxiale $\mathbf{Q_M}$ est nul par principe.
Quand la charge est désadaptée (ROS >1) alors l'onde n'est plus plane partout sur son parcours. Pour obtenir la valeur de l'énergie fournie à la charge, on peut calculer un **vecteur de Poynting complexe** dont la partie réelle correspond à l'énergie transportée. Si celle-ci est toujours une constante le long de la ligne, le rapport entre le champ **Es** et le champ **H** n'est plus une constante et varie autour de l'impédance caractéristique de la ligne.
Moralité : Ne pas confondre la propagation dans un guide d'onde avec la propagation dans une ligne filaire [9]. En espace libre en cas de réflexion de l'onde E-M sur une surface perpendiculaire et parfaitement conductrice, on aura sur le trajet un phénomène d'ondes stationnaires qui s'atténueront en se rapprochant de la source (mais très peu dans un guide d'onde). Alors, si on déplace une antenne (doublet ou boucle) le long du trajet (vers la source), on aura un premier nul pour l'antenne à λ/4 du réflecteur, puis une atténuation de plus en plus faible en ajoutant des multiples de λ/2. Ceci veut dire que l'énergie du vecteur de Poynting ne sera pas constante quand on se déplacera à proximité et dans l'axe du point de réflexion [10].
Dans une ligne (sans pertes) en présence d'onde stationnaire, l'énergie du vecteur de Poynting est constante le long de la ligne. Les ondes stationnaires affectent le champ **Es** et le champ **H**, mais pas la puissance transmise en un point de la ligne. C'est pourquoi dans une ligne, on ne peut pas raisonner sur les puissances avec la seule onde de tension, il faut raisonner avec une onde de tension et une onde de courant. Alors on voit que lorsque la vitesse de phase de la tension semble accélérer, celle du courant semble ralentir. Et leur moyenne utilisée pour le calcul de la puissance est une constante. Tout calcul qui serait fait en utilisant seulement la tension ou seulement le courant serait faux [11]. De nouveau, ne pas confondre l'abonné (la puissance transmise) avec ses numéros de téléphone (les ondes de tension directes et réfléchies).

Annexe 3 : ***Cas d'un ROS infini***

Référons-nous à la figure 1. Je me suis servi de celle-ci pour dire qu'il n'y avait pas de propagation de l'énergie car régulièrement avec la distance la tension de l'onde réelle était nulle, de même pour l'onde de courant, mais à des distances décalées de λ/4. En tout point de la ligne, le calcul du vecteur de Poynting complexe donnerait une partie réelle nulle (ce qui confirme l'analyse) et une partie imaginaire avec un argument qui change de signe tous les quarts d'ondes (±90°). Dans le cas de la figure 1, si l'on prend le premier quart d'onde depuis la source, le signe de l'argument correspond à un comportement capacitif car l'impédance mesurée en tout point est une réactance négative. Pour le quart d'onde suivant, l'impédance est une réactance positive. Donc le comportement de la ligne est alors inductif pur. Et ainsi de suite. Ce comportement d'une ligne est très utilisé pour remplacer des bobines ou des condensateurs. Il en va ainsi dans les filtres et les oscillateurs UHF et aussi dans l'adaptation d'impédance, par exemple entre une antenne et un récepteur (ou entre un émetteur et une antenne) (12). C'est ce comportement de la ligne qui permet de dire qu'il est réactif, c'est-à-dire que la puissance transmise (W) est la différence entre une puissance apparente (VA) et une puissance réactive (VAR). Ce qui s'applique pour 50 Hz s'applique à 5 GHz.

Annexe 4 : ***Cas de la ligne à pertes***

L'énoncé du problème comportait en "bonus" une figure montrant la propagation d'une onde dans une ligne ayant des pertes et avec une forte désadaptation de la charge (ROS 100). Elle est reproduite sur la figure 5.

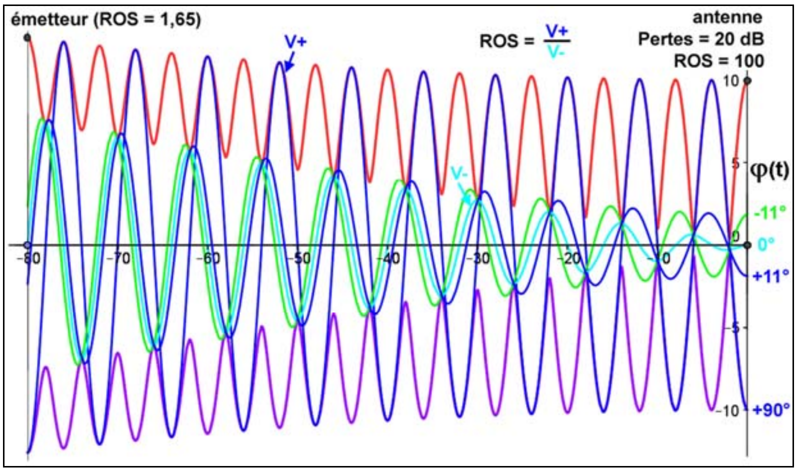

Figure 5 : **Ondes de tension dans la ligne pour 4 instants de phase dans la charge**

Cette ligne n'est pas imaginaire. Elle est constituée d'un câble coaxial RG58 ayant une longueur physique de 80 m, chargée par une résistance de 5 kΩ, et fonctionnant à une fréquence de 25 MHz. La puissance dissipée dans la charge représente 1% de la puissance fournie par l'émetteur. L'impédance de charge ramenée à l'émetteur est une résistance pure de 82,5 Ω. Si c'est l'impédance nominale de sortie de l'émetteur, l'adaptation sera parfaite (13). Si on calcule le vecteur de Poynting complexe le long de la ligne, sa partie réelle va en diminuant et le rapport entre la partie imaginaire et la partie réelle va en augmentant (les VA diminuent beaucoup moins vite que les Watts). On voit par ailleurs que le vecteur de Poynting ne mesure pas seulement l'énergie qui est transmise à la charge, mais également celle qui est dissipée par effet Joule. Ceci vaut aussi en espace libre, en particulier dans l'ionosphère.

Bibliographie :

[1] Voir la démonstration mathématique par F6FQX sur son site :
http://f6fqx.chez-alice.fr/articlesF6FQX/article%20054/lignes_HF_sans_pertes%20_&_math.pdf

Notes :

6) Résumé. Se reporter à l'article de janvier 2016 pour les détails.
7) Le coefficient de réflexion (tension) est égal à B/A, soit 0,5 et le ROS est égal à (A+B) / (A-B), soit 3.
8) Définitions du "poseur de questions" et pas de F5NB.
9) Ici, "jour" peut avoir géologiquement duré des milliers d'années.
10) Ou plus simplement : coefficient de vélocité = λ physique / λ électrique.
11) Dans ce cas, pour la clarté de la figure, ΔF= Fp/10. Par ailleurs en généralisant, Fp est remplacée par Fo = fréquence pour laquelle la densité spectrale est la plus élevée (à mesurer à l'analyseur de spectre).
*12) Ainsi dans un western ou l'échantillonnage est effectué à 24 im/s, quand une diligence ralentit, on peut voir à certains moments les roues tourner à l'envers. Cela ne nous pose pas de problème, car **nous savons** qu'en réalité les roues tournent toujours dans le même sens. Sur la figure 1, où **nous ne savons pas** à priori ce qui se passe réellement, il est beaucoup plus difficile d'en faire une analyse.*
13) C'est pourquoi, on utilise un signal impulsionnel, sinon on aurait des ondes stationnaires (et puis cela permet de mesurer un retard de propagation et de calculer un profil de l'ionosphère (calculs très complexes).
14) La transition entre les deux mondes est faite par l'antenne. Dans le cas d'une transition entre ligne coaxiale et guide d'onde, elle est réalisée dans un "guide de transition" qui contient en fait une antenne.
15) C'est pourquoi on fait de la réception en diversité d'espace (deux antennes espacées de λ/4) pour diminuer le fading dans le cas où l'émetteur et/ou le récepteurs sont mobiles.
16) En mesurant en un point les vecteurs tension et courant, et connaissant l'impédance caractéristique de la ligne, on peut calculer la puissance transmise. Mais les autres puissances calculées n'ont aucun sens physique réel (puissance directe et puissance réfléchie ou puissance apparente et puissance réactive).
17) En théorie on peut toujours remplacer un circuit d'accord L-C par une ligne d'impédance et de longueur déterminée. En pratique on est limité par la fabricabilité de la ligne (difficile de fabriquer une ligne de 0,1 Ω ou de 100 kΩ).
*18) Ceci pourrait être contrôlé sur le ROS-mètre de l'émetteur qui aurait, bien sûr une impédance nominale de 82,5 Ω. On serait encore adapté avec une impédance nominale de 50 Ω pour l'émetteur et le ROS-mètre (et accessoirement la ligne) en intercalant entre le ROS-mètre et la ligne un transformateur ayant un rapport **n** de 1,3 (ROS 1,02). Attention à ce que signifie ici le terme "adaptation".*