Comment ça marche ?

Les circuits réactifs

5 - Impédance relative

Par le radio-club F6KRK

Dans les précédents "Comment ça marche", nous avons disserté sur les réactances et défini l'impédance à partir des circuits R-L-C physiques (résistance, bobine et condensateur). Nous allons maintenant généraliser la notion d'impédance aux circuits quelconques.

Constantes localisées et réparties

Physiquement les notions de tensions et de courant se réfèrent à la circulation d'un champ électrique et d'un champ magnétique. Or ceux-ci ne se déplacent pas instantanément. En régime sinusoïdal, pour deux points suffisamment éloignés, à un instant donné, la tension et le courant ne seront pas identiques [(1)]. Ceci sera plus explicite sur la figure 1.

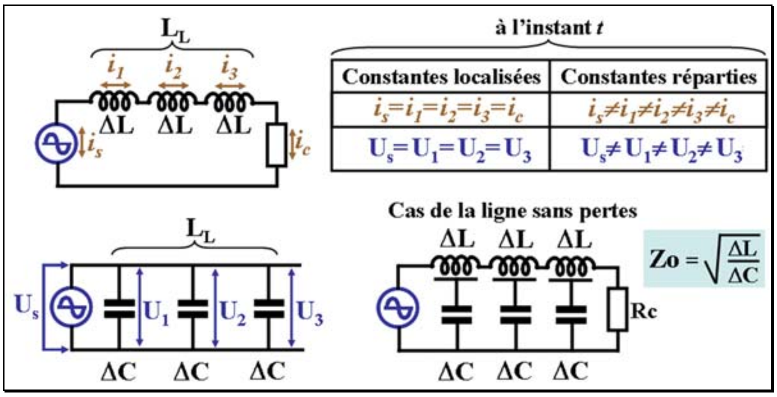

Figure 1

Un circuit à constantes localisées, appelé aussi "circuit fermé", est un circuit dont les dimensions sont négligeables devant la longueur d'onde du signal source, sinon c'est un circuit à constantes réparties, appelé aussi "circuit ouvert". Naturellement le passage de l'un à l'autre est progressif ce qui entraîne parfois quelques confusions [(2)]. L'impédance étant égale à U/I, elle est valable pour la totalité d'un circuit à constantes localisées et pour un seul point d'un circuit à constantes réparties (en général celui où est connectée la source) [(3)].

Les lignes.

Les lignes sont des bons exemples de circuits à constantes réparties. Une série de "Comment ça marche" leur sera consacrée, nous n'aborderons ici que l'aspect "impédance".
Prenons un câble coaxial avec peu de pertes, ouvert à l'une de ses extrémités (**Rc**=∞), et regardons à l'autre extrémité son comportement réactif en fonction de sa longueur. En courant continu, nous avons un condensateur cylindrique dont la capacité augmente proportionnellement à la longueur du câble. Regardons ensuite son comportement réactif avec

un signal sinusoïdal HF à 28 MHz par exemple en mesurant U et I et le signe de leur déphasage. Considérons la figure 2.

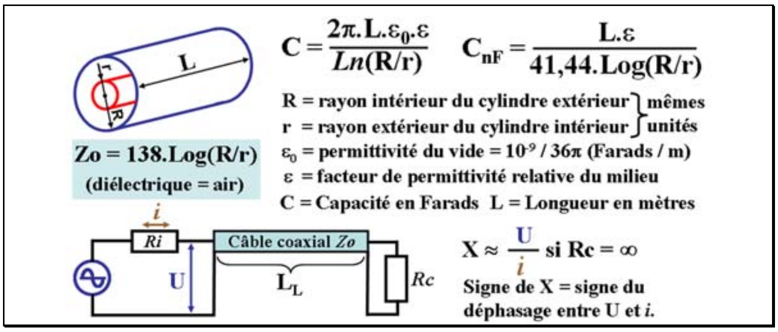

Figure 2

Voyons ce qui se passe quand, partant d'une longueur $\mathbf{L_L}$ très faible devant la longueur d'onde, on l'augmente progressivement.
Pour $L_L=\lambda/200$, nous mesurons une réactance correspondant à la capacité du câble en continu.
En doublant L_L, la réactance diminue pratiquement de deux fois, correspondant au doublement de la capacité, comme en continu.
Continuons à augmenter L_L. Alors la réactance $\mathbf{X_C}$ va baisser de moins en moins vite par rapport à l'augmentation de L_L jusqu'à obtenir pour une certaine longueur **Ln** une réactance nulle (X=0) car U et I sont en phase et leur rapport (ε) ne représente plus que les pertes dans le câble.
Augmentons légèrement L_L. Alors X se met à augmenter, mais avec une inversion de signe, ce qui veut dire que nous n'avons plus une réactance capacitive, mais une réactance inductive. Notre câble coaxial se comporte comme une bobine. Pour une certaine longueur, $\mathbf{X_L}$ plafonne, puis diminue ensuite rapidement et devient nulle pour une longueur égale à 2 fois L_n. Comme pour L_n, U et I sont en phase et leur rapport (**1**/ε) représente les pertes dans le câble. Si l'on continue d'augmenter la longueur, on passe alternativement, tous les multiples de L_n par les mêmes caractéristiques de l'impédance. En examinant la nature de l'impédance et sa variation, on en déduit que la ligne a le comportement d'une résonance série pour les multiples impairs de Ln et celui d'une résonance parallèle pour les multiples pairs de Ln. Voir la figure 3 où tout cela est mis en image.

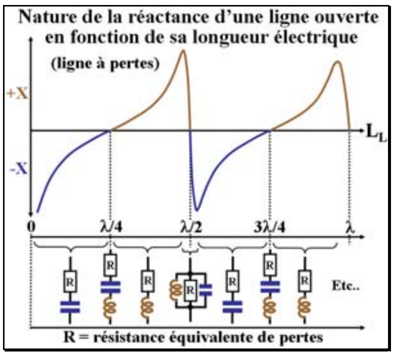

Figure 3

N-B : Si le câble coaxial est court-circuité à son extrémité, pour obtenir son comportement il suffit de déplacer la courbe de la figure 3 d'un quart d'onde vers la gauche.

Régimes transitoires et stationnaires

La notion d'impédance n'est valable que pour un régime stationnaire ou régime permanent. C'est-à-dire que le signal de référence Fo est invariable dans le temps, en fréquence et en

amplitude. Mais il a bien fallu à un moment brancher la source. Alors nous avons démarré une période transitoire, puis au bout d'un certain temps le signal est devenu stationnaire et nous avons pu alors mesurer l'impédance. Ceci est évident avec un circuit à la résonance. Pour celui-ci, en régime établi, l'énergie est échangée entre le condensateur et la résistance et pas avec la source, ni la charge. En réalité c'est la source qui a fourni cette énergie au démarrage, et celle-ci sera restituée dans la charge quand on la débranchera. Nous avons donc une période stationnaire entourée de deux périodes transitoires, au début et à la fin.
Q : Mais en pratique, nous avons toujours un signal modulé, car c'est la modulation qui transmets l'information. Alors on se tromperait en utilisant des impédances définies en régime stationnaire ?
R : Non la plupart du temps, car on considère un signal modulé comme un signal **stationnaire ergodique**. Pas de différence avec un signal stationnaire si l'on se réfère à la période de modulation au lieu de la période de la porteuse. Alors la différentiation entre régime établi et régime transitoire se fera en référence à la longueur d'onde du signal modulant. Exemple avec une ligne : Le calcul de ses caractéristiques électriques (en régime stationnaire) ne sera valable que si sa longueur reste négligeable devant la longueur d'onde du signal de modulation.

Impédance relative

Jusqu'ici nous avons vu deux expressions "directes" de l'impédance : {R,X} (impédance complexe) et {M,φ} (impédance vectorielle). Nous allons voir maintenant une expression complexe de l'impédance par rapport à une impédance de référence réelle. C'est une expression mathématique qui découle de l'analyse du comportement des lignes. Curieusement, il s'agit du comportement de la ligne en régime transitoire (régime impulsionnel) avec une restriction toutefois. En effet, par convention on considère que la source a une impédance interne égale à l'impédance de référence, ce qui permet l'utilisation de l'impédance relative en régime stationnaire (4).

Principe mathématique utilisé.

Les caractéristiques du signal *complexe* aux bornes de la charge (**U,I,φ**), résultent de la combinaison de deux signaux *réels* (**U,I,**φ=0), l'un produit par la source (tension incidente, **Vi**), et l'autre, correspondant à une réflexion du signal de la source par la charge (tension réfléchie, **Vr**). Cette réflexion est caractérisée par un coefficient *complexe* Γ avec un module ρ compris entre 0 et 1, et un déphasage ψ compris dans une plage de ±180°. Ce coefficient de réflexion est représentatif du déséquilibre *complexe* entre l'impédance de la charge et une impédance de référence *réelle*. "*Réel*" et "*complexe*" doivent être pris dans leur sens mathématique, bien que tout ceci soit "réellement complexe" à assimiler.

Equations.

Soient les grandeurs :
- Zc = impédance complexe de la charge
- Zo = impédance réelle de référence
- Γ = coefficient de réflexion complexe
- ρ = module du coefficient de réflexion
- ψ = phase du coefficient de réflexion
- Vi = tension incidente (vectorielle)
- Vr = tension réfléchie (vectorielle)

Nous avons les relations suivantes :

$\Gamma = \rho,\psi$ avec :

$$\rho = \frac{|\mathbf{Vr}|}{|\mathbf{Vi}|} \text{ et } \psi = \varphi(\mathbf{Vr}) - \varphi(\mathbf{Vi})$$

$$\Gamma = \frac{\mathbf{Zc - Zo}}{\mathbf{Zc + Zo}} \Rightarrow \mathbf{Zc = Zo} \times \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$$

$$\mathbf{ROS} = \frac{|\mathbf{Vi}| + |\mathbf{Vr}|}{|\mathbf{Vi}| - |\mathbf{Vr}|} = \frac{1+\rho}{1-\rho}$$

Calcul de l'impédance vectorielle (**M,φ**) de **Zc** à partir de **Zo** et du coefficient de réflexion ρ,ψ :

$$\mathbf{M = Zo} \times \sqrt{\frac{1+[2\rho\times\cos(\psi)]+\rho^2}{1-[2\rho\times\cos(\psi)]+\rho^2}}$$

$$\varphi = \mathbf{Arctg}\left[\frac{2\rho\times\sin(\psi)}{1-\rho^2}\right]$$

Les formules se simplifient pour Zc résistive pure car dans ce cas ψ est égal, soit à 0°, soit à 180°. Nous obtenons :

si $\psi = \mathbf{0}$, $\mathbf{Zc = Zo \times ROS}$

si $\psi = \mathbf{180°}$, $\mathbf{Zc = Zo / ROS}$

Expressions de l'énergie.

A partir du postulat des tensions incidentes et réfléchies, il est tentant de leur associer des puissances. Ainsi nous avons :

- Puissance incidente **Pi = $|\mathbf{Vi}|^2$ / 4Zo**
- Puissance réfléchie **Pr = $|\mathbf{Vr}|^2$ / 4Zo**
- Puissance transmise **Pt = Pi - Pr**

La puissance incidente étant la somme (arithmétique) de la puissance transmise et de la puissance réfléchie, nous ne nous intéresserons qu'à ces dernières.

La puissance transmise correspond à l'énergie dépensée dans la partie active (résistive) de la charge [(5)]. Elle est valable pour n'importe quel couple de puissances incidentes et réfléchies, car seule leur différence compte.

La puissance réfléchie aura une correspondance physique qui dépendra de la nature de la charge ramenée à la source. Prenons deux cas limites :

1) Soit une impédance de charge de la forme Zc = Zo,±X (Zo = impédance de référence), alors la puissance transmise sera bien égale à la puissance dissipée dans la partie réelle de Zc et la puissance réfléchie correspondra à la puissance réactive échangée entre la source et la charge selon la partie imaginaire (±X) de Zc.

2) Soit une impédance de charge de la forme Zc = R,0 (Zc réelle), si R est différente de Zo, nous avons un coefficient de réflexion réel ρ dépendant de leur rapport [(6)]. Alors la puissance réfléchie n'a aucune signification physique. Mais si la charge est constituée de constantes réparties cela ne sera vrai qu'en régime établi.

Exemple concret : soit une antenne ayant une impédance complexe connectée à une ligne avec Zo et L_L tels qu'à l'extrémité de la ligne, Zc soit de la forme **Zc={Zo/24},{0}** (impédance résistive pure égale à l'impédance nominale de charge de l'émetteur). Le ROS dans la ligne est égal à 24 [(7)]. Il est évident que dans ce cas, seule la puissance transmise est échangée avec la source (à sens unique). De fait, la puissance réfléchie est représentative ici de l'énergie stockée dans la ligne et dans l'antenne pendant la période transitoire.

Utilisation de l'impédance relative.

Lorsqu'on insère un coupleur directif entre la charge et la source, les deux sorties "directe" et "réfléchie" sont représentatives des tensions vectorielles Vi et Vr [(8)]. Il suffit alors de numériser ces signaux et de les traiter en amplitude et en phase relatives pour obtenir l'impédance complexe de la charge. Ceci sera développé dans un prochain "comment ça marche" sur la mesure de l'impédance à l'aide d'un VNA. En attendant, le mois prochain nous verrons la mesure de l'impédance à l'aide d'un pont de mesure.

La Rubrique "Comment ça marche" est une activité collective du radio-club F6KRK (http://www.f6krk.org). Pour une correspondance technique concernant cette rubrique : "f5nb@ref-union.org".

Notes.

1) *Et heureusement, puisque c'est cette propriété qui est à l'origine du rayonnement électromagnétique d'une antenne.*
2) *Les antennes E-H et autres antennes raccourcies "miracle" sont des bons exemples.*
3) *Sauf cas particulier, comme une ligne chargée par son impédance caractéristique.*
4) *C'est un artifice mathématique, car on sait que l'impédance d'une charge ne dépend pas de l'impédance de la source. Cette restriction n'est pas toujours perçue et provoque des confusions en attribuant par exemple des propriétés aux lignes qui n'existent pas en réalité.*
5) *Que cette charge soit composée de constantes localisées (R-L-C), de constantes réparties (ligne chargée) ou une association des deux.*
6) *Par exemple, ρ = 0,5 pour Rc = 3Zo. Alors la puissance transmise serait égale à 75% de la puissance incidente et la puissance réfléchie, à 25%.*
7) *Cela pourrait vous rappeler une certaine antenne G5RV utilisée dans la bande des 80m.*
8) *Avec un facteur 2 plus un facteur* ***k*** *réducteur d'amplitude. Pour un coupleur -20 dB, k = 0,1. Mais k nous importe peu pour l'impédance, car seul le rapport entre Vi et Vr nous intéresse.*