

Comment ça marche ?

Les circuits réactifs

4 - Impédance complexe et admittance

Par le radio-club F6KRRK

Nous avons vu dans des précédents "Comment ça marche", la réactance, la résonance et la magnitude (impédance indéfinie). Nous continuerons ici avec l'expression complète de l'impédance.

Impédance complexe.

Nous avons vu que la magnitude (impédance exprimée avec un seul nombre réel) ne permettait pas de connaître la nature exacte de l'impédance. Pour cela, il fallait effectuer plusieurs mesures à plusieurs fréquences.

L'expression complète de l'impédance doit être composée de deux nombres réels, la partie résistance (**R**) et la partie réactance (**X**). On arrive ainsi à l'expression : $Z = R, \pm X$. En prenant le courant pour référence, le signe de **X** indique la nature de la réactance, positif = inductive, négatif = capacitive. Alors, **l'expression $Z = R, \pm X$ correspond à la mise en série de R et de X** (un circuit parallèle a la tension pour référence).

Nombre complexe.

L'expression $\{R, X\}$ est un nombre complexe (**R** et **X** étant des nombres réels). Il a des règles de calcul particulières, mais on peut utiliser une arithmétique simple en le multipliant par le nombre complexe $\{0,1\}$. Celui-ci a une particularité, il est égal à la racine carrée de -1. Ceci est impossible avec les nombres réels, c'est pourquoi il est appelé "nombre imaginaire". En électricité on l'écrit "j". On obtient alors :

$$Z = \{R, \pm X\} \times \{0,1\} = R \pm (j.X)$$

Cette notation permet de faire des calculs simples sur les impédances, mais ce n'est pas le seul domaine d'utilisation des nombres complexes.

Relations entre l'impédance complexe et la magnitude.

Pour passer de l'une à l'autre, il suffit de supprimer le nombre imaginaire, ce qui se fait grâce à sa relation (racine carrée) avec le nombre réel "-1". Nous obtenons alors :

$$M = \sqrt{R^2 + X^2}$$

L'opération faite est celle du théorème de Pythagore, ce qui nous donne une représentation graphique de l'impédance complexe. Tout ceci est résumé sur la figure 1.

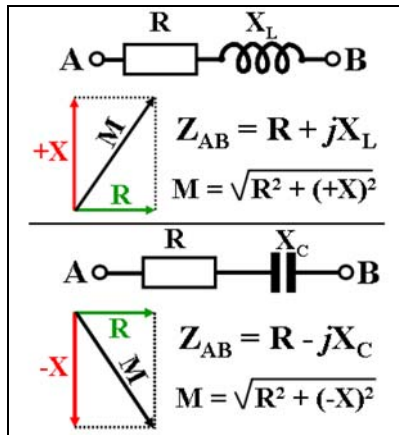


Figure 1.

Noter que par convention, l'axe horizontal porte la résistance et l'axe vertical la réactance.

Admittance complexe.

Nous avons vu que l'impédance complexe s'appliquait à un circuit série. Qu'en est-il pour un circuit parallèle ?

En nous référant au "Comment ça marche" sur la résonance, on devrait remplacer tous les termes par leurs inverses, ce qui nous donnerait :

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + j\left(\frac{1}{X}\right)$$

Mais les calculs seront plus simples en posant les égalités suivantes :

- $Y = 1 / Z =$ admittance
- $G = 1 / R =$ conductance
- $B = 1 / X =$ susceptance, $+B =$ capacitive, $-B =$ inductive (la référence pour un circuit parallèle est la tension, d'où une inversion des signes).

Nous obtenons l'expression de l'admittance :

$$Y = G \pm jB.$$

Toutes les variables sont exprimées en Siemens (S) unité qui est l'inverse de l'Ohm.

Impédance vectorielle.

Examinons la figure 2 qui reprend les graphiques de la figure 1.

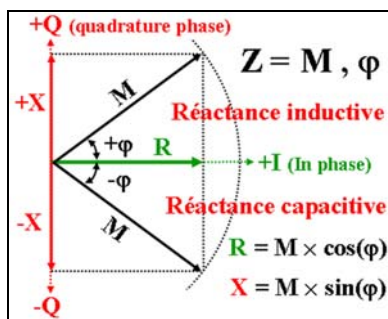


Figure 2.

Nous nous retrouvons avec trois vecteurs : l'un (R) représente la résistance, un autre (X) la réactance et le troisième (M), la magnitude (il est la somme vectorielle des deux autres). Si nous ajoutons l'information de phase φ , nous obtenons une expression de l'impédance $Z = M, \varphi$ aussi complète qu'avec la notation complexe. En effet, nous avons $R = M \times \cos(\varphi)$ et X

= $M \times \sin(\varphi)$. Il suffit alors de mesurer le rapport entre la tension et le courant (M) et le déphasage entre les deux (φ) pour calculer facilement la partie résistance (R) et la partie réactance (X) (la référence de phase est celle du courant). Noter que nous n'avons qu'un demi cercle trigonométrique. Si nous trouvons un déphasage φ plus grand que $\pm 90^\circ$, cela résulterait d'une erreur de mesure (mauvaise référence). L'axe des X est aussi appelé "axe Q " (Quadrature phase) et l'axe des R , "axe I " (In phase).

Deux impédances qui ont le même module et des phases égales, mais de signes opposés, sont dites "conjuguées". Un circuit constitué de deux impédances conjuguées est à la résonance.

Relations impédance - admittance.

Il existe un circuit série et un circuit parallèle qui donnent les mêmes mesures d'impédance et d'admittance. Seul l'expérimentateur peut décider, à l'aide d'autres moyens, s'il a affaire à un circuit série ou à un circuit parallèle. Si l'on nous donne l'impédance alors que nous avons un circuit parallèle, il est nécessaire de faire les transformations de la figure 3 pour obtenir les valeurs exactes de R et de X .

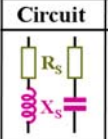
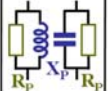
Circuit	Impédance	Réalité
	$Z = R + jX$ $Q = \frac{X}{R}$	$R_s = R$ $X_s = X$
FREQUENCE CONSTANTE		
	$Z = R + jX$ $Q = \frac{X}{R}$	$R_p = R \times (1 + Q^2)$ $X_p = X \times (1 + \frac{1}{Q^2})$

Figure 3.

On devrait faire des transformations similaires si l'on nous donnait l'admittance pour un circuit série, mais c'est plus rare. Nous reviendrons sur ces transformations lors des prochains "Comment ça marche" sur la mesure et l'adaptation des impédances.

La Rubrique "Comment ça marche" est une activité collective du radio-club F6KRK (<http://www.f6krk.org>). Pour une correspondance technique concernant cette rubrique : "f5nb@ref-union.org".